

## FEINA D'ESTIU MATEMÀTIQUES 4T ESO ACADÈMIQUES

1.- Resol l'equació:  $2x + \sqrt{6x+1} = 3$

2.- Factoritza el polinomi:  $x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 4x + 3$

3.- Resol l'equació biquadrada:  $x^4 - 26x^2 + 25 = 0$

4.- Troba el valor de "a" per tal que el polinomi :  $x^3 + ax^2 - 4x + 5$  tengui de residu 21 en dividir-lo per  $x+2$ .

5.- Resol l'equació  $\sqrt{x+2} + x = 18$

6.- Troba el conjunt de solucions de la inequació  $3x^2 - 5x - 6 \leq 0$

7.- Un triangle rectangle té de perímetre 24m i la hipotenusa és 2m més gran que un dels catets. Troba els tres costats.

8.- Resol el sistema d'inequacions: 
$$\begin{cases} 2x - 3 < 4 \\ 4 - x \geq -1 \end{cases}$$

9.- Resol el sistema: 
$$\begin{cases} xy = 15 \\ 4x^2 - y^2 = 11 \end{cases}$$

10.- Resol l'equació:  $2^{x^2+2} = 64$

11.- Factoritza el polinomi:  $P(x) = 2x^3 + 5x^2 - 4x - 3$

12.- Cerca el domini de les següents funcions:

a)  $y = \frac{3x-5}{2x+6}$

b)  $y = \sqrt{x-9}$

c)  $y = \sqrt{x^2-9x}$

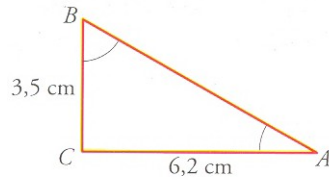
d)  $y = \sqrt[3]{x-5}$

13.- Donada la paràbola  $y = ax^2 + bx + 5$ . Troba a i b si sabem que el seu vèrtex és el punt (2, -3).

14.- Compram un terreny per 90000€, es revaloritza a un ritme d'un 5% anual. Quina és la funció que dona el preu del vehicle segons els anys transcorreguts? Quin serà el preu d'aquí 15 anys?

15.- Resol analítica i gràficament el sistema: 
$$\begin{cases} y = x^2 + 2x - 3 \\ y = 1 - x \end{cases}$$

16.- Calcula el sinus, el cosinus i la tangent de l'angle B de la següent figura:



17.- Un tronc de 6,2 m està recolzat en una paret i forma amb el terra un angle de  $55^\circ$ . A quina altura de la paret es troba recolzat? Calcula la distància des de l'extrem inferior del tronc fins a la paret.

18.- Resol el següent triangle rectangle:  $C=25^\circ$ ,  $c=8\text{cm}$ ,  $A=90^\circ$

19.- Troba dos nombres que sumen 14 i tals que la diferència dels seus quadrats sigui 28.

20.- Descomposa en factors el polinomio:  $x^3 - 8x^2 + 12x$

21.- Cerca el domini de les següents funcions:  $y = \frac{1}{x^3 - 9x}$        $y = \sqrt{6 - 2x}$

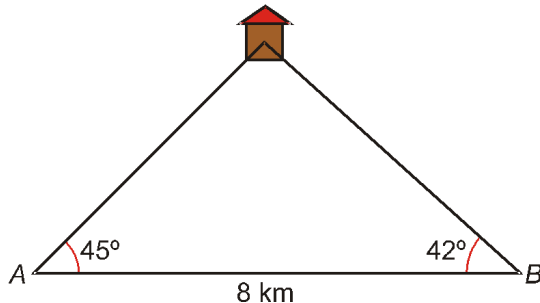
22.- Des d'un punt P de terra, mesuram l'angle que forma l'horitzontal amb el punt més alt d'un puig i obtenim un angle de  $60^\circ$ . Ens allunyam 150m del puig i tornam a mesurar l'angle, que en aquest punt és de  $35^\circ$ . Quina alçària del puig?

23.- Si  $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$  i  $\text{tg} \alpha < 0$ , indica a quin quadrant està l'angle  $\alpha$  i calcula la resta de raons trigonomètriques.

24.- Resol l'equació:  $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$

25.- Si la tangent d'un angle és  $-0,5773$  i el seu sinus és positiu, de quin angle es tracta, que valen el seu sinus i el seu cosinus.

26.- Dues ambulàncies, distanciades 8 km en línia recta, reben una trucada d'urgència d'una casa. Observa la figura i calcula la distància que separa cada ambulància de la casa:



27.- a) En una empresa es volen triar 4 persones d'un total de 22 empleats per representar l'empresa, de quantes formes es poden fer?

b) De quantes formes distintes es poden ordenar les lletres de la paraula LEONARD, sense que es repeteixin les lletres?

c) D'un club de petanca de 30 socis es volen elegir un secretari, un tresorer i un president, de quantes formes es poden fer?

d) Quants de nombres de quatre xifres es poden fer amb els dígit del 0 al 9.

28.- Cerca l'equació de la recta que passa pel punt (-3, 2) i és perpendicular a la recta  $2x-8y+6=0$

29.- Troba l'equació de la circumferència de centre (-2, 5) i radi 4.

30.- Calcula la longitud dels costats del triangle de vèrtexs A(-2, 2), B(1, 6), C(6, -6).

31.- Cerca el valor de k perquè la distància de A(3, -1) a B(3, k) sigui igual a 12.

32.- Troba l'equació de la circumferència de centre C(0, -3) i passa pel punt A(3, 0).

33.- Escriu l'equació de la circumferència de radi 4 i centre (2, -3).

34.- Es vol mesurar l'altura d'una estàtua col·locada en el centre d'un llac circular. Per a això, es mesura l'angle que forma la visual a l'extrem superior de l'estàtua des de la vora del llac amb l'horitzontal i resulta ser de  $50^\circ$ ; ens n'allunyem 45 dm, tornam a mesurar, i obtenim un angle de  $35^\circ$ . Esbrina l'altura de l'estàtua i la superfície del llac.

35.- Troba l'equació de la recta que passa pel punt (4, -2) i és perpendicular a la recta  $y=2x-7$ .

36.- En un club esportiu hi ha apuntats 30 nins i 30 nines. La meitat dels nins i la tercera part de les nines juguen al tennis.

Completa la taula següent:

	JUGUEN TENNIS	NO JUGUEN TENNIS	
XICS	15		30
XIQUES	10		30
			60

Ajudant-te de la taula anterior, calcula les seves probabilitats referides en triar a l'atzar una persona:

nin ; no juga tennis ; nin que no juga tennis ; nin/no juga tennis

37.- Calcula els angles d'un triangle isòsceles de perímetre 30m i costat desigual 12m.

38.- Resol l'equació:  $2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$

39.- Una escala de 5 m està recolzada en una paret formant un angle de  $46^\circ$ . Calcula la distància entre la base de l'escala i la paret. Quin angle forma l'escala amb el terra?

40.- Si llançam tres monedes a l'aire quina és la probabilitat de treure tres cares? I de treure alguna creu?

41.- A un congrés de noves tecnologies assisteixen 1 000 persones repartides així:

	HOME	DONA
PARLEN ANGLÈS	515	310
NO PARLEN ANGLÈS	95	80

Anomenam  $H =$  home,  $D =$  dona,  $A =$  parla anglès,  $NO A =$  no parla anglès.

a) Calcula les probabilitats següents:  $P [H]$ ,  $P [D]$ ,  $P [A]$ ,  $P [NO A]$

b) Calcula les probabilitats dels successos:  $D \cup A$  ;  $NO A/H$  ;  $H/NO A$

42.- Tenim dues bosses, A amb 7 bolles blanques i 3 negres i B amb 1 bolla blanca, 2 de negres i 6 de vermelles. Si triam una urna a l'atzar i treim una bolla, quina probabilitat hi ha que sigui negra?

43.- En cada cas, calcula el valor de m perquè la divisió sigui exacta.

a)  $(x^2 + 4x - m) : (x + 3)$

b)  $(5x^4 + 2x^2 + mx + 1) : (x - 3)$

44.- Determina el valor de m perquè el polinomi  $-x^4 + mx^3 + 2x^2 - 4x + 8$  tingui de residu 3 en dividir-lo per  $x+2$ .

45.- La diagonal d'un rectangle fa 13 cm i el perímetre 34 cm. Troba els costats del rectangle.

46.- Una paràbola té el vèrtex en el punt (1,1) i passa pel punt (0,2). Determina la seva equació.

47.- Donada la paràbola  $y=2x^2+bx+c$  determina b i c per tal que el seu vèrtex sigui el punt (3,1).

48.- Resol els sistemes: a)  $\begin{cases} x \cdot y = -12 \\ x^2 - y^2 = 7 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x + y = 3 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ 2x^2 + y^2 = 3 \end{cases}$

d)  $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ xy - y^2 = 0 \end{cases}$

49.- Una pilota és llançada verticalment cap a dalt des dalt d'un edifici. L'alçària que assoleix ve donada per la fórmula  $h = 80 + 64t - 16t^2$ , t en segons i h en metres. a) Dibuixa la gràfica en l'interval [0, 5]. b) Troba l'alçària de l'edifici. c) En quin instant assoleix la màxima alçària?

50.- En una nit i el matí següent, la temperatura T (en graus centígrads) d'una certa regió varia amb el temps, t, segons la funció  $T(t) = t^2 - 9t + 8$ ,  $0 \leq t \leq 12$  (t mesurat en hores). a) Quina temperatura hi havia a les 10 del matí? b) Quina va ser temperatura mínima? c) A quina hora hi va haver una temperatura de zero graus?

51.- Troba el domini de les funcions següents:

a)  $f(x) = \sqrt{-x + 5}$ , b)  $g(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$ , c)  $h(x) = \frac{x + 3}{x^2 - 4}$

52.- a) Quantes paraules de quatre lletres diferents es poden formar amb les lletres a,b,c,d? Quantes d'elles acaben en vocal?

b) Quants números de tres xifres es poden formar amb els nombres 2,4,6,8 sense repetir-ne cap? Quants d'ells seran majors de 500?

c) Quants números de tres xifres es poden formar amb els números 1,3,5,7,9 si es poden repetir? Quants d'ells seran majors de 500?

d) En una assemblea de 12 persones, de quantes maneres es pot escollir una junta formada per un president, un tresorer i un secretari?

e) D'un test de 30 preguntes n'hem de contestar 20. De quantes maneres es poden triar aquestes vint preguntes? Si les deu primeres preguntes són obligatòries, de quantes formes es poden escollir les altres deu?

53.- Introduïm en una bossa 7 bolles numerades de l'1 al 7. Si n'extreim dues bolles sense reemplaçament (és a dir, sense tornar-les a la bossa en cada cas), calcula la probabilitat d'obtenir:

a) Dos nombres parells.

b) Un nombre parell i un altre d'imparell.

54.- Si treim simultàniament dues cartes d'una baralla espanyola (de 40 cartes), calcula la probabilitat d'obtenir:

a) Dos reis.

b) Dues figures.

55.- Una urna conté 4 bolles verdes i 8 de blaves. Si n'extreim dues bolles sense reemplaçament (és a dir, sense tornar-les a l'urna en cada cas). Calcula la probabilitat que les dues bolles:

a) Siguin blaves.

b) Siguin del mateix color.

56.- Donats els punts A(1,3) i B(5,-5) determina l'equació de la recta que passa pel punt simètric de A respecte de B i és perpendicular a la recta que passa per A i B.

57.- El punt (9,k) està sobre la circumferència de radi 5 i centre (5,2). Calcula el valor de k.

58.- Si  $\sin x = \frac{\sqrt{5}}{3}$  i  $90 < x < 180$ , quant valen  $\cos x$  i  $\operatorname{tg} x$  ?

59.- Miram cap a dalt d'un puig amb un angle de  $35^\circ$ . Tot seguit ens allunyam 100 metres i tornam mirar cap allà mateix, ara amb un angle de  $25^\circ$ . Quina és l'alçada del puig?